**Тестовые задания**

**Парная регрессия и корреляция**

***1. Наиболее наглядным видом выбора уравнения парной регрессии является:***

а) аналитический;

б) графический;

в) экспериментальный (табличный).

***2. Рассчитывать параметры парной линейной регрессии можно, если у нас есть:***

а) не менее 5 наблюдений;

б) не менее 7 наблюдений;

в) не менее 10 наблюдений.

***3. Суть метода наименьших квадратов состоит в:***

а) минимизации суммы остаточных величин;

б) минимизации дисперсии результативного признака;

в) минимизации суммы квадратов остаточных величин.

***4. Коэффициент линейного парного уравнения регрессии:***

а) показывает среднее изменение результата с изменением фактора на одну единицу;

б) оценивает статистическую значимость уравнения регрессии;

в) показывает, на сколько процентов изменится в среднем результат, если фактор изменится на 1%.

***5. На основании наблюдений за 50 семьями построено уравнение регрессии , где  – потребление,  – доход. Соответствуют ли знаки и значения коэффициентов регрессии теоретическим представлениям?***

а) да;

б) нет;

в) ничего определенного сказать нельзя.

***6. Суть коэффициента детерминации  состоит в следующем:***

а) оценивает качество модели из относительных отклонений по каждому наблюдению;

б) характеризует долю дисперсии результативного признака , объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака;

в) характеризует долю дисперсии , вызванную влиянием не учтенных в модели факторов.

***7. Качество модели из относительных отклонений по каждому наблюдению оценивает:***

а) коэффициент детерминации ;

б) -критерий Фишера;

в) средняя ошибка аппроксимации .

***8. Значимость уравнения регрессии в целом оценивает:***

а) -критерий Фишера;

б) -критерий Стьюдента;

в) коэффициент детерминации .

***9. Классический метод к оцениванию параметров регрессии основан на:***

а) методе наименьших квадратов:

б) методе максимального правдоподобия:

в) шаговом регрессионном анализе.

***10. Остаточная сумма квадратов равна нулю:***

а) когда правильно подобрана регрессионная модель;

б) когда между признаками существует точная функциональная связь;

в) никогда.

***11. Объясненная (факторная) сумма квадратов отклонений в линейной парной модели имеет число степеней свободы, равное:***

а) ;

б) ;

в) .

***12. Остаточная сумма квадратов отклонений в линейной парной модели имеет число степеней свободы, равное:***

а) ;

б) ;

в) .

***13. Общая сумма квадратов отклонений в линейной парной модели имеет число степеней свободы, равное:***

а) ;

б) ;

в) .

***14. Для оценки значимости коэффициентов регрессии рассчитывают:***

а) -критерий Фишера;

б) -критерий Стьюдента;

в) коэффициент детерминации .

***15. Какое уравнение регрессии нельзя свести к линейному виду:***

а) ;

б) :

в) .

***16. Какое из уравнений является степенным:***

а) ;

б) :

в) .

***17. Параметр  в степенной модели является:***

а) коэффициентом детерминации;

б) коэффициентом эластичности;

в) коэффициентом корреляции.

***18. Коэффициент корреляции  может принимать значения:***

а) от –1 до 1;

б) от 0 до 1;

в) любые.

***19. Для функции  средний коэффициент эластичности имеет вид:***

а) ;

б) ;

в) .

***20. Какое из следующих уравнений нелинейно по оцениваемым параметрам:***

а) ;

б) ;

в) .

**Множественная регрессия и корреляция**

***1. Добавление в уравнение множественной регрессии новой объясняющей переменной:***

а) уменьшает значение коэффициента детерминации;

б) увеличивает значение коэффициента детерминации;

в) не оказывает никакого влияние на коэффициент детерминации.

***2. Скорректированный коэффициент детерминации:***

а) меньше обычного коэффициента детерминации;

б) больше обычного коэффициента детерминации;

в) меньше или равен обычному коэффициенту детерминации;

***3. С увеличением числа объясняющих переменных скорректированный коэффициент детерминации:***

а) увеличивается;

б) уменьшается;

в) не изменяется.

***4. Число степеней свободы для остаточной суммы квадратов в линейной модели множественной регрессии равно:***

а) ;

б) ;

в) .

***5. Число степеней свободы для общей суммы квадратов в линейной модели множественной регрессии равно:***

а) ;

б) ;

в) .

***6. Число степеней свободы для факторной суммы квадратов в линейной модели множественной регрессии равно:***

а) ;

б) ;

в) .

***7. Множественный коэффициент корреляции . Определите, какой процент дисперсии зависимой переменной  объясняется влиянием факторов  и :***

а) 90%;

б) 81%;

в) 19%.

***8. Для построения модели линейной множественной регрессии вида  необходимое количество наблюдений должно быть не менее:***

а) 2;

б) 7;

в) 14.

***9. Стандартизованные коэффициенты регрессии :***

а) позволяют ранжировать факторы по силе их влияния на результат;

б) оценивают статистическую значимость факторов;

в) являются коэффициентами эластичности.

***10. Частные коэффициенты корреляции:***

а) характеризуют тесноту связи рассматриваемого набора факторов с исследуемым признаком;

б) содержат поправку на число степеней свободы и не допускают преувеличения тесноты связи;

в) характеризуют тесноту связи между результатом и соответствующим фактором при элиминировании других факторов, включенных в уравнение регрессии.

***11. Частный -критерий:***

а) оценивает значимость уравнения регрессии в целом;

б) служит мерой для оценки включения фактора в модель;

в) ранжирует факторы по силе их влияния на результат.

***12. Несмещенность оценки параметра регрессии, полученной по МНК, означает:***

а) что она характеризуется наименьшей дисперсией;

б) что математическое ожидание остатков равно нулю;

в) увеличение ее точности с увеличением объема выборки.

***13. Эффективность оценки параметра регрессии, полученной по МНК, означает:***

а) что она характеризуется наименьшей дисперсией;

б) что математическое ожидание остатков равно нулю;

в) увеличение ее точности с увеличением объема выборки.

***14. Состоятельность оценки параметра регрессии, полученной по МНК, означает:***

а) что она характеризуется наименьшей дисперсией;

б) что математическое ожидание остатков равно нулю;

в) увеличение ее точности с увеличением объема выборки.

***15. Укажите истинное утверждение:***

а) скорректированный и обычный коэффициенты множественной детерминации совпадают только в тех случаях, когда обычный коэффициент множественной детерминации равен нулю;

б) стандартные ошибки коэффициентов регрессии определяются значениями всех параметров регрессии;

в) при наличии гетероскедастичности оценки параметров регрессии становятся смещенными.

***16. При наличии гетероскедастичности следует применять:***

а) обычный МНК;

б) обобщенный МНК;

в) метод максимального правдоподобия.

***17. Фиктивные переменные – это:***

а) атрибутивные признаки (например, как профессия, пол, образование), которым придали цифровые метки;

б) экономические переменные, принимающие количественные значения в некотором интервале;

в) значения зависимой переменной за предшествующий период времени.

***18. Если качественный фактор имеет три градации, то необходимое число фиктивных переменных:***

а) 4;

б) 3;

в) 2.

**Системы эконометрических уравнений**

***1. Наибольшее распространение в эконометрических исследованиях получили:***

а) системы независимых уравнений;

б) системы рекурсивных уравнений;

в) системы взаимозависимых уравнений.

***2. Эндогенные переменные – это:***

а) предопределенные переменные, влияющие на зависимые переменные, но не зависящие от них, обозначаются через .;

б) зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе и которые обозначаются через ;

в) значения зависимых переменных за предшествующий период времени.

***3. Экзогенные переменные – это:***

а) предопределенные переменные, влияющие на зависимые переменные, но не зависящие от них, обозначаются через ;

б) зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе и которые обозначаются через ;

в) значения зависимых переменных за предшествующий период времени.

***4. Лаговые переменные – это:***

а) предопределенные переменные, влияющие на зависимые переменные, но не зависящие от них, обозначаются через .;

б) зависимые переменные, число которых равно числу уравнений в системе и которые обозначаются через ;

в) значения зависимых переменных за предшествующий период времени.

***5. Для определения параметров структурную форму модели необходимо преобразовать в:***

а) приведенную форму модели;

б) рекурсивную форму модели;

в) независимую форму модели.

***6. Модель идентифицируема, если:***

а) число приведенных коэффициентов меньше числа структурных коэффициентов;

б) если число приведенных коэффициентов больше числа структурных коэффициентов;

в) если число параметров структурной модели равно числу параметров приведенной формы модели.

***7. Модель неидентифицируема, если:***

а) число приведенных коэффициентов меньше числа структурных коэффициентов;

б) если число приведенных коэффициентов больше числа структурных коэффициентов;

в) если число параметров структурной модели равно числу параметров приведенной формы модели.

***8. Модель сверхидентифицируема, если:***

а) число приведенных коэффициентов меньше числа структурных коэффициентов;

б) если число приведенных коэффициентов больше числа структурных коэффициентов;

в) если число параметров структурной модели равно числу параметров приведенной формы модели.

***9. Уравнение идентифицируемо, если:***

а) ;

б) ;

в) .

***10. Уравнение неидентифицируемо, если:***

а) ;

б) ;

в) .

***11. Уравнение сверхидентифицируемо, если:***

а) ;

б) ;

в) .

***12. Для определения параметров точно идентифицируемой модели:***

а) применяется двушаговый МНК;

б) применяется косвенный МНК;

б) ни один из существующих методов применить нельзя.

***13. Для определения параметров сверхидентифицируемой модели:***

а) применяется двушаговый МНК;

б) применяется косвенный МНК;

б) ни один из существующих методов применить нельзя.

***14. Для определения параметров неидентифицируемой модели:***

а) применяется двушаговый МНК;

б) применяется косвенный МНК;

б) ни один из существующих методов применить нельзя.

**Временные ряды**

***1. Аддитивная модель временного ряда имеет вид:***

а) ;

б) ;

в) .

***2. Мультипликативная модель временного ряда имеет вид:***

а) ;

б) ;

в) .

***3. Коэффициент автокорреляции:***

а) характеризует тесноту линейной связи текущего и предыдущего уровней ряда;

б) характеризует тесноту нелинейной связи текущего и предыдущего уровней ряда;

в) характеризует наличие или отсутствие тенденции.

***4. Аддитивная модель временного ряда строится, если:***

а) значения сезонной компоненты предполагаются постоянными для различных циклов;

б) амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается;

в) отсутствует тенденция.

***5. Мультипликативная модель временного ряда строится, если:***

а) значения сезонной компоненты предполагаются постоянными для различных циклов;

б) амплитуда сезонных колебаний возрастает или уменьшается;

в) отсутствует тенденция.

***6. На основе поквартальных данных построена аддитивная модель временного ряда. Скорректированные значения сезонной компоненты за первые три квартала равны: 7 – I квартал, 9 – II квартал и –11 – III квартал. Значение сезонной компоненты за IV квартал есть:***

а) 5;

б) –4;

в) –5.

***7. На основе поквартальных данных построена мультипликативная модель временного ряда. Скорректированные значения сезонной компоненты за первые три квартала равны: 0,8 – I квартал, 1,2 – II квартал и 1,3 – III квартал. Значение сезонной компоненты за IV квартал есть:***

а) 0,7;

б) 1,7;

в) 0,9.

***8. Критерий Дарбина-Уотсона применяется для:***

а) определения автокорреляции в остатках;

б) определения наличия сезонных колебаний;

в) для оценки существенности построенной модели.

**Вопросы к экзамену**

1. Определение эконометрики. Эконометрический метод и этапы эконометрического исследования.
2. Парная регрессия. Способы задания уравнения парной регрессии.
3. Линейная модель парной регрессии. Смысл и оценка параметров.
4. Оценка существенности уравнения в целом и отдельных его параметров (-критерий Фишера и -критерий Стьюдента).
5. Прогноз по линейному уравнению регрессии. Средняя ошибка аппроксимации.
6. Нелинейная регрессия. Классы нелинейных регрессий.
7. Регрессии нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных.
8. Регрессии нелинейные по оцениваемым параметрам.
9. Коэффициенты эластичности для разных видов регрессионных моделей.
10. Корреляция и -критерий Фишера для нелинейной регрессии.
11. Отбор факторов при построении уравнения множественной регрессии.
12. Оценка параметров уравнения множественной регрессии.
13. Множественная корреляция.
14. Частные коэффициенты корреляции.
15. -критерий Фишера и частный -критерий Фишера для уравнения множественной регрессии.
16. -критерий Стьюдента для уравнения множественной регрессии.
17. Фиктивные переменные во множественной регрессии.
18. Предпосылки МНК: гомоскедастичность и гетероскедастичность.
19. Предпосылки МНК: автокорреляция остатков.
20. Обобщенный МНК.
21. Общие понятия о системах эконометрических уравнений.
22. Структурная и приведенная формы модели.
23. Проблема идентификации. Необходимое условие идентифицируемости.
24. Проблема идентификации. Достаточное условие идентифицируемости.
25. Методы оценки параметров структурной формы модели.
26. Основные элементы временного ряда.
27. Автокорреляция уровней временного ряда и выявление его структуры.
28. Моделирование сезонных колебаний: аддитивная модель временного ряда.
29. Моделирование сезонных колебаний: мультипликативная модель временного ряда.
30. Критерий Дарбина-Уотсона.

**Варианты индивидуальных заданий**

**D.1. Парная регрессия и корреляция**

**Пример**. По территориям региона приводятся данные за 199X г.

Таблица D.1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 78 | 133 |
| 2 | 82 | 148 |
| 3 | 87 | 134 |
| 4 | 79 | 154 |
| 5 | 89 | 162 |
| 6 | 106 | 195 |
| 7 | 67 | 139 |
| 8 | 88 | 158 |
| 9 | 73 | 152 |
| 10 | 87 | 162 |
| 11 | 76 | 159 |
| 12 | 115 | 173 |

**Требуется:**

1. Построить линейное уравнение парной регрессии  от .
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и среднюю ошибку аппроксимации.
3. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции с помощью -критерия Фишера и -критерия Стьюдента.
4. Выполнить прогноз заработной платы  при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума , составляющем 107% от среднего уровня.
5. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал.
6. На одном графике построить исходные данные и теоретическую прямую.

**Решение**

* 1. Для расчета параметров уравнения линейной регрессии строим расчетную таблицу D.2.

Таблица D.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1 | 78 | 133 | 10374 | 6084 | 17689 | 149 | -16 | 12,0 |
| 2 | 82 | 148 | 12136 | 6724 | 21904 | 152 | -4 | 2,7 |
| 3 | 87 | 134 | 11658 | 7569 | 17956 | 157 | -23 | 17,2 |
| 4 | 79 | 154 | 12166 | 6241 | 23716 | 150 | 4 | 2,6 |
| 5 | 89 | 162 | 14418 | 7921 | 26244 | 159 | 3 | 1,9 |
| 6 | 106 | 195 | 20670 | 11236 | 38025 | 174 | 21 | 10,8 |
| 7 | 67 | 139 | 9313 | 4489 | 19321 | 139 | 0 | 0,0 |
| 8 | 88 | 158 | 13904 | 7744 | 24964 | 158 | 0 | 0,0 |
| 9 | 73 | 152 | 11096 | 5329 | 23104 | 144 | 8 | 5,3 |
| 10 | 87 | 162 | 14094 | 7569 | 26244 | 157 | 5 | 3,1 |
| 11 | 76 | 159 | 12084 | 5776 | 25281 | 147 | 12 | 7,5 |
| 12 | 115 | 173 | 19895 | 13225 | 29929 | 183 | -10 | 5,8 |
| Итого | 1027 | 1869 | 161808 | 89907 | 294377 | 1869 | 0 | 68,9 |
| Среднее значение | 85,6 | 155,8 | 13484,0 | 7492,3 | 24531,4 | – | – | 5,7 |
|  | 12,84 | 16,05 | – | – | – | – | – | – |
|  | 164,94 | 257,76 | – | – | – | – | – | – |

;

.

Получено уравнение регрессии: .

С увеличением среднедушевого прожиточного минимума на 1 руб. среднедневная заработная плата возрастает в среднем на 0,89 руб.

* 1. Тесноту линейной связи оценит коэффициент корреляции:

; .

Это означает, что 51% вариации заработной платы () объясняется вариацией фактора  – среднедушевого прожиточного минимума.

Качество модели определяет средняя ошибка аппроксимации:

.

Качество построенной модели оценивается как хорошее, так как  не превышает 8-10%.

1. Оценку значимости уравнения регрессии в целом проведем с помощью -критерия Фишера. Фактическое значение -критерия:

 .

Табличное значение критерия при пятипроцентном уровне значимости и степенях свободы  и  составляет . Так как , то уравнение регрессии признается статистически значимым.

Оценку статистической значимости параметров регрессии проведем с помощью -статистики Стьюдента и путем расчета доверительного интервала каждого из показателей.

Табличное значение -критерия для числа степеней свободы  и  составит .

Определим случайные ошибки , , :

;



.

Тогда

;



.

Фактические значения -статистики превосходят табличное значение: 

поэтому параметры ,  и  не случайно отличаются от нуля, а статистически значимы.

Рассчитаем доверительные интервалы для параметров регрессии  и . Для этого определим предельную ошибку для каждого показателя:

;

.

Доверительные интервалы













Анализ верхней и нижней границ доверительных интервалов приводит к выводу о том, что с вероятностью  параметры  и , находясь в указанных границах, не принимают нулевых значений, т.е. не являются статистически незначимыми и существенно отличны от нуля.

1. Полученные оценки уравнения регрессии позволяют использовать его для прогноза. Если прогнозное значение прожиточного минимума составит:  руб., тогда прогнозное значение заработной платы составит:  руб.
	1. Ошибка прогноза составит:

.

Предельная ошибка прогноза, которая в  случаев не будет превышена, составит:

.

Доверительный интервал прогноза:



 руб.;

 руб.

Выполненный прогноз среднемесячной заработной платы является надежным () и находится в пределах от 131,66 руб. до 190,62 руб.

1. В заключение решения задачи построим на одном графике исходные данные и теоретическую прямую (рис. D.1):



***Рис. D.1.***

**Варианты индивидуальных заданий**

**Задача 1.** По территориям региона приводятся данные за 199X г. (см. таблицу своего варианта).

**Требуется:**

1. Построить линейное уравнение парной регрессии  от .
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и среднюю ошибку аппроксимации.
3. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции с помощью -критерия Фишера и -критерия Стьюдента.
4. Выполнить прогноз заработной платы  при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума , составляющем 107% от среднего уровня.
5. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал.
6. На одном графике построить исходные данные и теоретическую прямую.

**Вариант 1**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 81 | 124 |
| 2 | 77 | 131 |
| 3 | 85 | 146 |
| 4 | 79 | 139 |
| 5 | 93 | 143 |
| 6 | 100 | 159 |
| 7 | 72 | 135 |
| 8 | 90 | 152 |
| 9 | 71 | 127 |
| 10 | 89 | 154 |
| 11 | 82 | 127 |
| 12 | 111 | 162 |

**Вариант 2**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 74 | 122 |
| 2 | 81 | 134 |
| 3 | 90 | 136 |
| 4 | 79 | 125 |
| 5 | 89 | 120 |
| 6 | 87 | 127 |
| 7 | 77 | 125 |
| 8 | 93 | 148 |
| 9 | 70 | 122 |
| 10 | 93 | 157 |
| 11 | 87 | 144 |
| 12 | 121 | 165 |

**Вариант 3**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 77 | 123 |
| 2 | 85 | 152 |
| 3 | 79 | 140 |
| 4 | 93 | 142 |
| 5 | 89 | 157 |
| 6 | 81 | 181 |
| 7 | 79 | 133 |
| 8 | 97 | 163 |
| 9 | 73 | 134 |
| 10 | 95 | 155 |
| 11 | 84 | 132 |
| 12 | 108 | 165 |

**Вариант 4**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 83 | 137 |
| 2 | 88 | 142 |
| 3 | 75 | 128 |
| 4 | 89 | 140 |
| 5 | 85 | 133 |
| 6 | 79 | 153 |
| 7 | 81 | 142 |
| 8 | 97 | 154 |
| 9 | 79 | 132 |
| 10 | 90 | 150 |
| 11 | 84 | 132 |
| 12 | 112 | 166 |

**Вариант 5**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 79 | 134 |
| 2 | 91 | 154 |
| 3 | 77 | 128 |
| 4 | 87 | 138 |
| 5 | 84 | 133 |
| 6 | 76 | 144 |
| 7 | 84 | 160 |
| 8 | 94 | 149 |
| 9 | 79 | 125 |
| 10 | 98 | 163 |
| 11 | 81 | 120 |
| 12 | 115 | 162 |

**Вариант 6**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 92 | 147 |
| 2 | 78 | 133 |
| 3 | 79 | 128 |
| 4 | 88 | 152 |
| 5 | 87 | 138 |
| 6 | 75 | 122 |
| 7 | 81 | 145 |
| 8 | 96 | 141 |
| 9 | 80 | 127 |
| 10 | 102 | 151 |
| 11 | 83 | 129 |
| 12 | 94 | 147 |

**Вариант 7**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 75 | 133 |
| 2 | 78 | 125 |
| 3 | 81 | 129 |
| 4 | 93 | 153 |
| 5 | 86 | 140 |
| 6 | 77 | 135 |
| 7 | 83 | 141 |
| 8 | 94 | 152 |
| 9 | 88 | 133 |
| 10 | 99 | 156 |
| 11 | 80 | 124 |
| 12 | 112 | 156 |

**Вариант 8**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 69 | 124 |
| 2 | 83 | 133 |
| 3 | 92 | 146 |
| 4 | 97 | 153 |
| 5 | 88 | 138 |
| 6 | 93 | 159 |
| 7 | 74 | 145 |
| 8 | 79 | 152 |
| 9 | 105 | 168 |
| 10 | 99 | 154 |
| 11 | 85 | 127 |
| 12 | 94 | 155 |

**Вариант 9**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 78 | 133 |
| 2 | 94 | 139 |
| 3 | 85 | 141 |
| 4 | 73 | 127 |
| 5 | 91 | 154 |
| 6 | 88 | 142 |
| 7 | 73 | 122 |
| 8 | 82 | 135 |
| 9 | 99 | 142 |
| 10 | 113 | 168 |
| 11 | 69 | 124 |
| 12 | 83 | 130 |

**Вариант 10**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер региона | Среднедушевой прожиточный минимум в день одного трудоспособного, руб.,  | Среднедневная заработная плата, руб.,  |
| 1 | 97 | 161 |
| 2 | 73 | 131 |
| 3 | 79 | 135 |
| 4 | 99 | 147 |
| 5 | 86 | 139 |
| 6 | 91 | 151 |
| 7 | 85 | 135 |
| 8 | 77 | 132 |
| 9 | 89 | 161 |
| 10 | 95 | 159 |
| 11 | 72 | 120 |
| 12 | 115 | 160 |

**D.2. Множественная регрессия и корреляция**

**Пример**. По  предприятиям региона изучается зависимость выработки продукции на одного работника  (тыс. руб.) от ввода в действие новых основных фондов  ( от стоимости фондов на конец года) и от удельного веса рабочих высокой квалификации в общей численности рабочих  ().

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7,0 | 3,9 | 10,0 | 11 | 9,0 | 6,0 | 21,0 |
| 2 | 7,0 | 3,9 | 14,0 | 12 | 11,0 | 6,4 | 22,0 |
| 3 | 7,0 | 3,7 | 15,0 | 13 | 9,0 | 6,8 | 22,0 |
| 4 | 7,0 | 4,0 | 16,0 | 14 | 11,0 | 7,2 | 25,0 |
| 5 | 7,0 | 3,8 | 17,0 | 15 | 12,0 | 8,0 | 28,0 |
| 6 | 7,0 | 4,8 | 19,0 | 16 | 12,0 | 8,2 | 29,0 |
| 7 | 8,0 | 5,4 | 19,0 | 17 | 12,0 | 8,1 | 30,0 |
| 8 | 8,0 | 4,4 | 20,0 | 18 | 12,0 | 8,5 | 31,0 |
| 9 | 8,0 | 5,3 | 20,0 | 19 | 14,0 | 9,6 | 32,0 |
| 10 | 10,0 | 6,8 | 20,0 | 20 | 14,0 | 9,0 | 36,0 |

 **Требуется:**

1. Построить линейную модель множественной регрессии. Записать стандартизованное уравнение множественной регрессии. На основе стандартизованных коэффициентов регрессии и средних коэффициентов эластичности ранжировать факторы по степени их влияния на результат.
2. Найти коэффициенты парной, частной и множественной корреляции. Проанализировать их.
3. Найти скорректированный коэффициент множественной детерминации. Сравнить его с нескорректированным (общим) коэффициентом детерминации.
4. С помощью -критерия Фишера оценить статистическую надежность уравнения регрессии и коэффициента детерминации .
5. С помощью частных -критериев Фишера оценить целесообразность включения в уравнение множественной регрессии фактора  после  и фактора  после .
6. Составить уравнение линейной парной регрессии, оставив лишь один значащий фактор.

**Решение**

Для удобства проведения расчетов поместим результаты промежуточных расчетов в таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| 1 | 7,0 | 3,9 | 10,0 | 27,3 | 70,0 | 39,0 | 15,21 | 100,0 | 49,0 |
| 2 | 7,0 | 3,9 | 14,0 | 27,3 | 98,0 | 54,6 | 15,21 | 196,0 | 49,0 |
| 3 | 7,0 | 3,7 | 15,0 | 25,9 | 105,0 | 55,5 | 13,69 | 225,0 | 49,0 |
| 4 | 7,0 | 4,0 | 16,0 | 28,0 | 112,0 | 64,0 | 16,0 | 256,0 | 49,0 |
| 5 | 7,0 | 3,8 | 17,0 | 26,6 | 119,0 | 64,6 | 14,44 | 289,0 | 49,0 |
| 6 | 7,0 | 4,8 | 19,0 | 33,6 | 133,0 | 91,2 | 23,04 | 361,0 | 49,0 |
| 7 | 8,0 | 5,4 | 19,0 | 43,2 | 152,0 | 102,6 | 29,16 | 361,0 | 64,0 |
| 8 | 8,0 | 4,4 | 20,0 | 35,2 | 160,0 | 88,0 | 19,36 | 400,0 | 64,0 |
| 9 | 8,0 | 5,3 | 20,0 | 42,4 | 160,0 | 106,0 | 28,09 | 400,0 | 64,0 |
| 10 | 10,0 | 6,8 | 20,0 | 68,0 | 200,0 | 136,0 | 46,24 | 400,0 | 100,0 |
| 11 | 9,0 | 6,0 | 21,0 | 54,0 | 189,0 | 126,0 | 36,0 | 441,0 | 81,0 |
| 12 | 11,0 | 6,4 | 22,0 | 70,4 | 242,0 | 140,8 | 40,96 | 484,0 | 121,0 |
| 13 | 9,0 | 6,8 | 22,0 | 61,2 | 198,0 | 149,6 | 46,24 | 484,0 | 81,0 |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| 14 | 11,0 | 7,2 | 25,0 | 79,2 | 275,0 | 180,0 | 51,84 | 625,0 | 121,0 |
| 15 | 12,0 | 8,0 | 28,0 | 96,0 | 336,0 | 224,0 | 64,0 | 784,0 | 144,0 |
| 16 | 12,0 | 8,2 | 29,0 | 98,4 | 348,0 | 237,8 | 67,24 | 841,0 | 144,0 |
| 17 | 12,0 | 8,1 | 30,0 | 97,2 | 360,0 | 243,0 | 65,61 | 900,0 | 144,0 |
| 18 | 12,0 | 8,5 | 31,0 | 102,0 | 372,0 | 263,5 | 72,25 | 961,0 | 144,0 |
| 19 | 14,0 | 9,6 | 32,0 | 134,4 | 448,0 | 307,2 | 92,16 | 1024,0 | 196,0 |
| 20 | 14,0 | 9,0 | 36,0 | 126,0 | 504,0 | 324,0 | 81,0 | 1296,0 | 196,0 |
| Сумма | 192 | 123,8 | 446 | 1276,3 | 4581 | 2997,4 | 837,74 | 10828,0 | 1958,0 |
| Ср. знач. | 9,6 | 6,19 | 22,3 | 63,815 | 229,05 | 149,87 | 41,887 | 541,4 | 97,9 |

Найдем средние квадратические отклонения признаков:

;

;

.

1. Вычисление параметров линейного уравнения множественной регрессии.

Для нахождения параметров линейного уравнения множественной регрессии



необходимо решить следующую систему линейных уравнений относительно неизвестных параметров , , :



либо воспользоваться готовыми формулами:

; ;

.

Рассчитаем сначала парные коэффициенты корреляции:

;

;

.

Находим

;

;

.

Таким образом, получили следующее уравнение множественной регрессии:

.

Коэффициенты  и  стандартизованного уравнения регрессии  находятся по формулам:

 ;

 .

Т.е. уравнение будет выглядеть следующим образом:

.

Так как стандартизованные коэффициенты регрессии можно сравнивать между собой, то можно сказать, что ввод в действие новых основных фондов оказывает большее влияние на выработку продукции, чем удельный вес рабочих высокой квалификации.

Сравнивать влияние факторов на результат можно также при помощи средних коэффициентов эластичности:

 .

Вычисляем:

 ; .

Т.е. увеличение только основных фондов (от своего среднего значения) или только удельного веса рабочих высокой квалификации на 1% увеличивает в среднем выработку продукции на 0,61% или 0,20% соответственно. Таким образом, подтверждается большее влияние на результат  фактора , чем фактора .

1. Коэффициенты парной корреляции мы уже нашли:

; ; .

Они указывают на весьма сильную связь каждого фактора с результатом, а также высокую межфакторную зависимость (факторы  и  явно коллинеарны, т.к. ). При такой сильной межфакторной зависимости рекомендуется один из факторов исключить из рассмотрения.

Частные коэффициенты корреляции характеризуют тесноту связи между результатом и соответствующим фактором при элиминировании (устранении влияния) других факторов, включенных в уравнение регрессии.

При двух факторах частные коэффициенты корреляции рассчитываются следующим образом:

;

.

Если сравнить коэффициенты парной и частной корреляции, то можно увидеть, что из-за высокой межфакторной зависимости коэффициенты парной корреляции дают завышенные оценки тесноты связи. Именно по этой причине рекомендуется при наличии сильной коллинеарности (взаимосвязи) факторов исключать из исследования тот фактор, у которого теснота парной зависимости меньше, чем теснота межфакторной связи.

Коэффициент множественной корреляции определить через матрицу парных коэффициентов корреляции:

,

где



– определитель матрицы парных коэффициентов корреляции;



– определитель матрицы межфакторной корреляции.

;

****.

Коэффициент множественной корреляции

.

Аналогичный результат получим при использовании других формул:

 ;

 ;

.

Коэффициент множественной корреляции показывает на весьма сильную связь всего набора факторов с результатом.

1. Нескорректированный коэффициент множественной детерминации  оценивает долю вариации результата за счет представленных в уравнении факторов в общей вариации результата. Здесь эта доля составляет  и указывает на весьма высокую степень обусловленности вариации результата вариацией факторов, иными словами – на весьма тесную связь факторов с результатом.

Скорректированный коэффициент множественной детерминации



определяет тесноту связи с учетом степеней свободы общей и остаточной дисперсий. Он дает такую оценку тесноты связи, которая не зависит от числа факторов и поэтому может сравниваться по разным моделям с разным числом факторов. Оба коэффициента указывают на весьма высокую (более ) детерминированность результата  в модели факторами  и .

1. Оценку надежности уравнения регрессии в целом и показателя тесноты связи  дает -критерий Фишера:

.

В нашем случае фактическое значение -критерия Фишера:

 .

Получили, что  (при ), т.е. вероятность случайно получить такое значение -критерия не превышает допустимый уровень значимости . Следовательно, полученное значение не случайно, оно сформировалось под влиянием существенных факторов, т.е. подтверждается статистическая значимость всего уравнения и показателя тесноты связи .

1. С помощью частных -критериев Фишера оценим целесообразность включения в уравнение множественной регрессии фактора  после  и фактора  после  при помощи формул:

 ;

 .

Найдем  и .

 ;

 .

Имеем

 ;

 .

Получили, что . Следовательно, включение в модель фактора  после того, как в модель включен фактор  статистически нецелесообразно: прирост факторной дисперсии за счет дополнительного признака  оказывается незначительным, несущественным; фактор  включать в уравнение после фактора  не следует.

Если поменять первоначальный порядок включения факторов в модель и рассмотреть вариант включения  после , то результат расчета частного -критерия для  будет иным. , т.е. вероятность его случайного формирования меньше принятого стандарта . Следовательно, значение частного -критерия для дополнительно включенного фактора  не случайно, является статистически значимым, надежным, достоверным: прирост факторной дисперсии за счет дополнительного фактора  является существенным. Фактор  должен присутствовать в уравнении, в том числе в варианте, когда он дополнительно включается после фактора .

1. Общий вывод состоит в том, что множественная модель с факторами  и  с  содержит неинформативный фактор . Если исключить фактор , то можно ограничиться уравнением парной регрессии:

 , .

**Варианты индивидуальных заданий**

По 20 предприятиям региона изучается зависимость выработки продукции на одного работника  (тыс. руб.) от ввода в действие новых основных фондов  (% от стоимости фондов на конец года) и от удельного веса рабочих высокой квалификации в общей численности рабочих  (%) (смотри таблицу своего варианта).

 **Требуется:**

1. Построить линейную модель множественной регрессии. Записать стандартизованное уравнение множественной регрессии. На основе стандартизованных коэффициентов регрессии и средних коэффициентов эластичности ранжировать факторы по степени их влияния на результат.
2. Найти коэффициенты парной, частной и множественной корреляции. Проанализировать их.
3. Найти скорректированный коэффициент множественной детерминации. Сравнить его с нескорректированным (общим) коэффициентом детерминации.
4. С помощью -критерия Фишера оценить статистическую надежность уравнения регрессии и коэффициента детерминации .
5. С помощью частных -критериев Фишера оценить целесообразность включения в уравнение множественной регрессии фактора  после  и фактора  после .
6. Составить уравнение линейной парной регрессии, оставив лишь один значащий фактор.

**Вариант 1**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 6 | 3,6 | 9 | 11 | 9 | 6,3 | 21 |
| 2 | 6 | 3,6 | 12 | 12 | 11 | 6,4 | 22 |
| 3 | 6 | 3,9 | 14 | 13 | 11 | 7 | 24 |
| 4 | 7 | 4,1 | 17 | 14 | 12 | 7,5 | 25 |
| 5 | 7 | 3,9 | 18 | 15 | 12 | 7,9 | 28 |
| 6 | 7 | 4,5 | 19 | 16 | 13 | 8,2 | 30 |
| 7 | 8 | 5,3 | 19 | 17 | 13 | 8 | 30 |
| 8 | 8 | 5,3 | 19 | 18 | 13 | 8,6 | 31 |
| 9 | 9 | 5,6 | 20 | 19 | 14 | 9,5 | 33 |
| 10 | 10 | 6,8 | 21 | 20 | 14 | 9 | 36 |

**Вариант 2**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 6 | 3,5 | 10 | 11 | 10 | 6,3 | 21 |
| 2 | 6 | 3,6 | 12 | 12 | 11 | 6,4 | 22 |
| 3 | 7 | 3,9 | 15 | 13 | 11 | 7 | 23 |
| 4 | 7 | 4,1 | 17 | 14 | 12 | 7,5 | 25 |
| 5 | 7 | 4,2 | 18 | 15 | 12 | 7,9 | 28 |
| 6 | 8 | 4,5 | 19 | 16 | 13 | 8,2 | 30 |
| 7 | 8 | 5,3 | 19 | 17 | 13 | 8,4 | 31 |
| 8 | 9 | 5,3 | 20 | 18 | 14 | 8,6 | 31 |
| 9 | 9 | 5,6 | 20 | 19 | 14 | 9,5 | 35 |
| 10 | 10 | 6 | 21 | 20 | 15 | 10 | 36 |

**Вариант 3**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,7 | 9 | 11 | 11 | 6,3 | 22 |
| 2 | 7 | 3,7 | 11 | 12 | 11 | 6,4 | 22 |
| 3 | 7 | 3,9 | 11 | 13 | 11 | 7,2 | 23 |
| 4 | 7 | 4,1 | 15 | 14 | 12 | 7,5 | 25 |
| 5 | 8 | 4,2 | 17 | 15 | 12 | 7,9 | 27 |
| 6 | 8 | 4,9 | 19 | 16 | 13 | 8,1 | 30 |
| 7 | 8 | 5,3 | 19 | 17 | 13 | 8,4 | 31 |
| 8 | 9 | 5,1 | 20 | 18 | 13 | 8,6 | 32 |
| 9 | 10 | 5,6 | 20 | 19 | 14 | 9,5 | 35 |
| 10 | 10 | 6,1 | 21 | 20 | 15 | 9,5 | 36 |

**Вариант 4**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,5 | 9 | 11 | 10 | 6,3 | 22 |
| 2 | 7 | 3,6 | 10 | 12 | 10 | 6,5 | 22 |
| 3 | 7 | 3,9 | 12 | 13 | 11 | 7,2 | 24 |
| 4 | 7 | 4,1 | 17 | 14 | 12 | 7,5 | 25 |
| 5 | 8 | 4,2 | 18 | 15 | 12 | 7,9 | 27 |
| 6 | 8 | 4,5 | 19 | 16 | 13 | 8,2 | 30 |
| 7 | 9 | 5,3 | 19 | 17 | 13 | 8,4 | 31 |
| 8 | 9 | 5,5 | 20 | 18 | 14 | 8,6 | 33 |
| 9 | 10 | 5,6 | 21 | 19 | 14 | 9,5 | 35 |
| 10 | 10 | 6,1 | 21 | 20 | 15 | 9,6 | 36 |

**Вариант 5**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,6 | 9 | 11 | 10 | 6,3 | 21 |
| 2 | 7 | 3,6 | 11 | 12 | 11 | 6,9 | 23 |
| 3 | 7 | 3,7 | 12 | 13 | 11 | 7,2 | 24 |
| 4 | 8 | 4,1 | 16 | 14 | 12 | 7,8 | 25 |
| 5 | 8 | 4,3 | 19 | 15 | 13 | 8,1 | 27 |
| 6 | 8 | 4,5 | 19 | 16 | 13 | 8,2 | 29 |
| 7 | 9 | 5,4 | 20 | 17 | 13 | 8,4 | 31 |
| 8 | 9 | 5,5 | 20 | 18 | 14 | 8,8 | 33 |
| 9 | 10 | 5,8 | 21 | 19 | 14 | 9,5 | 35 |
| 10 | 10 | 6,1 | 21 | 20 | 14 | 9,7 | 34 |

**Вариант 6**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,5 | 9 | 11 | 10 | 6,3 | 21 |
| 2 | 7 | 3,6 | 10 | 12 | 10 | 6,8 | 22 |
| 3 | 7 | 3,8 | 14 | 13 | 11 | 7,2 | 24 |
| 4 | 7 | 4,2 | 15 | 14 | 12 | 7,9 | 25 |
| 5 | 8 | 4,3 | 18 | 15 | 12 | 8,1 | 26 |
| 6 | 8 | 4,7 | 19 | 16 | 13 | 8,3 | 29 |
| 7 | 9 | 5,4 | 19 | 17 | 13 | 8,4 | 31 |
| 8 | 9 | 5,6 | 20 | 18 | 13 | 8,8 | 32 |
| 9 | 10 | 5,9 | 20 | 19 | 14 | 9,6 | 35 |
| 10 | 10 | 6,1 | 21 | 20 | 14 | 9,7 | 36 |

**Вариант 7**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,8 | 11 | 11 | 10 | 6,8 | 21 |
| 2 | 7 | 3,8 | 12 | 12 | 11 | 7,4 | 23 |
| 3 | 7 | 3,9 | 16 | 13 | 11 | 7,8 | 24 |
| 4 | 7 | 4,1 | 17 | 14 | 12 | 7,5 | 26 |
| 5 | 7 | 4,6 | 18 | 15 | 12 | 7,9 | 28 |
| 6 | 8 | 4,5 | 18 | 16 | 12 | 8,1 | 30 |
| 7 | 8 | 5,3 | 19 | 17 | 13 | 8,4 | 31 |
| 8 | 9 | 5,5 | 20 | 18 | 13 | 8,7 | 32 |
| 9 | 9 | 6,1 | 20 | 19 | 13 | 9,5 | 33 |
| 10 | 10 | 6,8 | 21 | 20 | 14 | 9,7 | 35 |

**Вариант 8**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,8 | 9 | 11 | 11 | 7,1 | 22 |
| 2 | 7 | 4,1 | 14 | 12 | 11 | 7,5 | 23 |
| 3 | 7 | 4,3 | 16 | 13 | 12 | 7,8 | 25 |
| 4 | 7 | 4,1 | 17 | 14 | 12 | 7,6 | 27 |
| 5 | 8 | 4,6 | 17 | 15 | 12 | 7,9 | 29 |
| 6 | 8 | 4,7 | 18 | 16 | 13 | 8,1 | 30 |
| 7 | 9 | 5,3 | 20 | 17 | 13 | 8,5 | 32 |
| 8 | 9 | 5,5 | 20 | 18 | 14 | 8,7 | 32 |
| 9 | 11 | 6,9 | 21 | 19 | 14 | 9,6 | 33 |
| 10 | 10 | 6,8 | 21 | 20 | 15 | 9,8 | 36 |

**Вариант 9**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,9 | 12 | 11 | 11 | 7,1 | 22 |
| 2 | 7 | 4,2 | 13 | 12 | 12 | 7,5 | 25 |
| 3 | 7 | 4,3 | 15 | 13 | 13 | 7,8 | 26 |
| 4 | 7 | 4,4 | 17 | 14 | 12 | 7,9 | 27 |
| 5 | 8 | 4,6 | 18 | 15 | 13 | 8,1 | 30 |
| 6 | 8 | 4,8 | 19 | 16 | 13 | 8,4 | 31 |
| 7 | 9 | 5,3 | 19 | 17 | 13 | 8,6 | 32 |
| 8 | 9 | 5,7 | 20 | 18 | 14 | 8,8 | 32 |
| 9 | 10 | 6,9 | 21 | 19 | 14 | 9,6 | 34 |
| 10 | 10 | 6,8 | 21 | 20 | 14 | 9,9 | 36 |

**Вариант 10**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер предприятия |  |  |  | Номер предприятия |  |  |  |
| 1 | 7 | 3,6 | 12 | 11 | 10 | 7,2 | 23 |
| 2 | 7 | 4,1 | 14 | 12 | 11 | 7,6 | 25 |
| 3 | 7 | 4,3 | 16 | 13 | 12 | 7,8 | 26 |
| 4 | 7 | 4,4 | 17 | 14 | 11 | 7,9 | 28 |
| 5 | 7 | 4,5 | 18 | 15 | 12 | 8,2 | 30 |
| 6 | 8 | 4,8 | 19 | 16 | 12 | 8,4 | 31 |
| 7 | 8 | 5,3 | 20 | 17 | 12 | 8,6 | 32 |
| 8 | 8 | 5,6 | 20 | 18 | 13 | 8,8 | 32 |
| 9 | 9 | 6,7 | 21 | 19 | 13 | 9,2 | 33 |
| 10 | 10 | 6,9 | 22 | 20 | 14 | 9,6 | 34 |

**D.3. Системы эконометрических уравнений**

**Пример** решения типовой задачи смотри в разделе 3.

**Варианты индивидуальных заданий**

Даны системы эконометрических уравнений.

**Требуется**

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицируемо ли каждое из уравнений модели.
2. Определите метод оценки параметров модели.
3. Запишите в общем виде приведенную форму модели.

**Вариант 1**

Модель протекционизма Сальватора (упрощенная версия):

 

где  – доля импорта в ВВП;  – общее число прошений об освобождении от таможенных пошлин;  – число удовлетворенных прошений об освобождении от таможенных пошлин;  – фиктивная переменная, равная 1 для тех лет, в которые курс доллара на международных валютных рынках был искусственно завышен, и 0 – для всех остальных лет;  – реальный ВВП;  – реальный объем чистого экспорта;  – текущий период;  – предыдущий период.

**Вариант 2**

Макроэкономическая модель (упрощенная версия модели Клейна):

 

где  – потребление;  – инвестиции;  – доход;  – налоги;  – запас капитала;  – текущий период;  – предыдущий период.

**Вариант 3**

Макроэкономическая модель экономики США (одна из версий):

 

где  – потребление;  – ВВП;  – инвестиции;  – процентная ставка;  – денежная масса;  – государственные расходы;  – текущий период;  – предыдущий период.

**Вариант 4**

Модель Кейнса (одна из версий):

 

где  – потребление;  – ВВП;  – валовые инвестиции;  – государственные расходы;  – текущий период;  – предыдущий период.

**Вариант 5**

Модель денежного и товарного рынков:

 

где  – процентные ставки;  – реальный ВВП;  – денежная масса;  – внутренние инвестиции;  – реальные государственные расходы.

**Вариант 6**

Модифицированная модель Кейнса:

 

где  – потребление;  – доход;  – инвестиции;  – государственные расходы;  – текущий период;  – предыдущий период.

**Вариант 7**

Макроэкономическая модель:

 

где  – расходы на потребление;  – чистый национальный продукт;  – чистый национальный доход;  – инвестиции;  – косвенные налоги;  – государственные расходы;  – текущий период;  – предыдущий период.

**Вариант 8**

Гипотетическая модель экономики:

 

где  – совокупное потребление в период ;  – совокупный доход в период ;  – инвестиции в период ;  – налоги в период ;  – государственные доходы в период .

**Вариант 9**

Модель денежного рынка:

 

где  – процентные ставки;  – ВВП;  – денежная масса;  – внутренние инвестиции.

**Вариант 10**

Конъюнктурная модель имеет вид:

 

где  – расходы на потребление;  – ВВП;  – инвестиции;  – процентная ставка;  – денежная масса;  – государственные расходы;  – текущий период;  – предыдущий период.

**D.4. Временные ряды**

**Пример** решения типовой задачи смотри в разделе 4.

**Варианты индивидуальных заданий**

Имеются условные данные об объемах потребления электроэнергии () жителями региона за 16 кварталов.

**Требуется:**

1. Построить автокорреляционную функцию и сделать вывод о наличии сезонных колебаний.
2. Построить аддитивную модель временного ряда (для нечетных вариантов) или мультипликативную модель временного ряда (для четных вариантов).
3. Сделать прогноз на 2 квартала вперед.

**Варианты 1, 2**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 1 | 5,8 | 9 | 7,9 |
| 2 | 4,5 | 10 | 5,5 |
| 3 | 5,1 | 11 | 6,3 |
| 4 | 9,1 | 12 | 10,8 |
| 5 | 7,0 | 13 | 9,0 |
| 6 | 5,0 | 14 | 6,5 |
| 7 | 6,0 | 15 | 7,0 |
| 8 | 10,1 | 16 | 11,1 |

**Варианты 3, 4**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 1 | 5,5 | 9 | 8,0 |
| 2 | 4,6 | 10 | 5,6 |
| 3 | 5,0 | 11 | 6,4 |
| 4 | 9,2 | 12 | 10,9 |
| 5 | 7,1 | 13 | 9,1 |
| 6 | 5,1 | 14 | 6,4 |
| 7 | 5,9 | 15 | 7,2 |
| 8 | 10,0 | 16 | 11,0 |

**Варианты 5, 6**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 1 | 5,3 | 9 | 8,2 |
| 2 | 4,7 | 10 | 5,5 |
| 3 | 5,2 | 11 | 6,5 |
| 4 | 9,1 | 12 | 11,0 |
| 5 | 7,0 | 13 | 8,9 |
| 6 | 5,0 | 14 | 6,5 |
| 7 | 6,0 | 15 | 7,3 |
| 8 | 10,1 | 16 | 11,2 |

**Варианты 7, 8**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 1 | 5,5 | 9 | 8,3 |
| 2 | 4,8 | 10 | 5,4 |
| 3 | 5,1 | 11 | 6,4 |
| 4 | 9,0 | 12 | 10,9 |
| 5 | 7,1 | 13 | 9,0 |
| 6 | 4,9 | 14 | 6,6 |
| 7 | 6,1 | 15 | 7,5 |
| 8 | 10,0 | 16 | 11,2 |

**Варианты 9, 10**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
| 1 | 5,6 | 9 | 8,2 |
| 2 | 4,7 | 10 | 5,6 |
| 3 | 5,2 | 11 | 6,4 |
| 4 | 9,1 | 12 | 10,8 |
| 5 | 7,0 | 13 | 9,1 |
| 6 | 5,1 | 14 | 6,7 |
| 7 | 6,0 | 15 | 7,5 |
| 8 | 10,2 | 16 | 11,3 |

**Приложение Е**

**Математико-статистические таблицы**

**E.1. Таблица значений -критерия Фишера при уровне значимости **

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 12 | 24 |  |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| 1 | 161,5 | 199,5 | 215,7 | 224,6 | 230,2 | 233,9 | 238,9 | 243,9 | 249,0 | 254,3 |
| 2 | 18,51 | 19,00 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,37 | 19,41 | 19,45 | 19,50 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,84 | 8,74 | 8,64 | 8,53 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,04 | 5,91 | 5,77 | 5,63 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,82 | 4,68 | 4,53 | 4,36 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,15 | 4,00 | 3,84 | 3,67 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,73 | 3,57 | 3,41 | 3,23 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,44 | 3,28 | 3,12 | 2,93 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,23 | 3,07 | 2,90 | 2,71 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,07 | 2,91 | 2,74 | 2,54 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 2,95 | 2,79 | 2,61 | 2,40 |
| 12 | 4,75 | 3,88 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,85 | 2,69 | 2,50 | 2,30 |
| 13 | 4,67 | 3,80 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,92 | 2,77 | 2,60 | 2,42 | 2,21 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,70 | 2,53 | 2,35 | 2,13 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,64 | 2,48 | 2,29 | 2,07 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,59 | 2,42 | 2,24 | 2,01 |
| 17 | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,55 | 2,38 | 2,19 | 1,96 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,51 | 2,34 | 2,15 | 1,92 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,48 | 2,31 | 2,11 | 1,88 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,45 | 2,28 | 2,08 | 1,84 |
| 21 | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,42 | 2,25 | 2,05 | 1,81 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,40 | 2,23 | 2,03 | 1,78 |
| 23 | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,38 | 2,20 | 2,00 | 1,76 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,36 | 2,18 | 1,98 | 1,73 |
| 25 | 4,24 | 3,38 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,34 | 2,16 | 1,96 | 1,71 |
| 26 | 4,22 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,32 | 2,15 | 1,95 | 1,69 |
| 27 | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,30 | 2,13 | 1,93 | 1,67 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,44 | 2,29 | 2,12 | 1,91 | 1,65 |
| 29 | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,54 | 2,43 | 2,28 | 2,10 | 1,90 | 1,64 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,27 | 2,09 | 1,89 | 1,62 |
| 35 | 4,12 | 3,26 | 2,87 | 2,64 | 2,48 | 2,37 | 2,22 | 2,04 | 1,83 | 1,57 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,18 | 2,00 | 1,79 | 1,51 |
| 45 | 4,06 | 3,21 | 2,81 | 2,58 | 2,42 | 2,31 | 2,15 | 1,97 | 1,76 | 1,48 |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** |
| 50 | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | 2,13 | 1,95 | 1,74 | 1,44 |
| 60 | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,52 | 2,37 | 2,25 | 2,10 | 1,92 | 1,70 | 1,39 |
| 70 | 3,98 | 3,13 | 2,74 | 2,50 | 2,35 | 2,23 | 2,07 | 1,89 | 1,67 | 1,35 |
| 80 | 3,96 | 3,11 | 2,72 | 2,49 | 2,33 | 2,21 | 2,06 | 1,88 | 1,65 | 1,31 |
| 90 | 3,95 | 3,10 | 2,71 | 2,47 | 2,32 | 2,20 | 2,04 | 1,86 | 1,64 | 1,28 |
| 100 | 3,94 | 3,09 | 2,70 | 2,46 | 2,30 | 2,19 | 2,03 | 1,85 | 1,63 | 1,26 |
| 125 | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,44 | 2,29 | 2,17 | 2,01 | 1,83 | 1,60 | 1,21 |
| 150 | 3,90 | 3,06 | 2,66 | 2,43 | 2,27 | 2,16 | 2,00 | 1,82 | 1,59 | 1,18 |
| 200 | 3,89 | 3,04 | 2,65 | 2,42 | 2,26 | 2,14 | 1,98 | 1,80 | 1,57 | 1,14 |
| 300 | 3,87 | 3,03 | 2,64 | 2,41 | 2,25 | 2,13 | 1,97 | 1,79 | 1,55 | 1,10 |
| 400 | 3,86 | 3,02 | 2,63 | 2,40 | 2,24 | 2,12 | 1,96 | 1,78 | 1,54 | 1,07 |
| 500 | 3,86 | 3,01 | 2,62 | 2,39 | 2,23 | 2,11 | 1,96 | 1,77 | 1,54 | 1,06 |
| 1000 | 3,85 | 3,00 | 2,61 | 2,38 | 2,22 | 2,10 | 1,95 | 1,76 | 1,53 | 1,03 |
|  | 3,84 | 2,99 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,09 | 1,94 | 1,75 | 1,52 | 1 |

**E.2. Критические значения -критерия Стьюдента при уровне значимости 0,10, 0,05, 0,01 (двухсторонний)**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Число степеней свободы d.f. |  | Число степеней свободы d.f. |  |
| 00,10 | 0,05 | 0,01 | 00,10 | 0,05 | 0,01 |
| 1 | 6,3138 | 12,706 | 63,657 | 18 | 1,7341 | 2,1009 | 2,8784 |
| 2 | 2,9200 | 4,3027 | 9,9248 | 19 | 1,7291 | 2,0930 | 2,8609 |
| 3 | 2,3534 | 3,1825 | 5,8409 | 20 | 1,7247 | 2,0860 | 2,8453 |
| 4 | 2,1318 | 2,7764 | 4,5041 | 21 | 1,7207 | 2,0796 | 2,8314 |
| 5 | 2,0150 | 2,5706 | 4,0321 | 22 | 1,7171 | 2,0739 | 2,8188 |
| 6 | 1,9432 | 2,4469 | 3,7074 | 23 | 1,7139 | 2,0687 | 2,8073 |
| 7 | 1,8946 | 2,3646 | 3,4995 | 24 | 1,7109 | 2,0639 | 2,7969 |
| 8 | 1,8595 | 2,3060 | 3,3554 | 25 | 1,7081 | 2,0595 | 2,7874 |
| 9 | 1,8331 | 2,2622 | 3,2498 | 26 | 1,7056 | 2,0555 | 2,7787 |
| 10 | 1,8125 | 2,2281 | 3,1693 | 27 | 1,7033 | 2,0518 | 2,7707 |
| 11 | 1,7959 | 2,2010 | 3,1058 | 28 | 1,7011 | 2,0484 | 2,7633 |
| 12 | 1,7823 | 2,1788 | 3,0545 | 29 | 1,6991 | 2,0452 | 2,7564 |
| 13 | 1,7709 | 2,1604 | 3,0123 | 30 | 1,6973 | 2,0423 | 2,7500 |
| 14 | 1,7613 | 2,1448 | 2,9768 | 40 | 1,6839 | 2,0211 | 2,7045 |
| 15 | 1,7530 | 2,1315 | 2,9467 | 60 | 1,6707 | 2,0003 | 2,6603 |
| 16 | 1,7459 | 2,1199 | 2,9208 | 120 | 1,6577 | 1,9799 | 2,6174 |
| 17 | 1,7396 | 2,1098 | 2,8982 |  | 1,6449 | 1,9600 | 2,5758 |

**E.3. Значения статистик Дарбина-Уотсона  при 5%-ном
уровне значимости**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6 | 0,61 | 1,40 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7 | 0,70 | 1,36 | 0,47 | 1,90 |  |  |  |  |  |  |
| 8 | 0,76 | 1,33 | 0,56 | 1,78 | 0,37 | 2,29 |  |  |  |  |
| 9 | 0,82 | 1,32 | 0,63 | 1,70 | 0,46 | 2,13 |  |  |  |  |
| 10 | 0,88 | 1,32 | 0,70 | 1,64 | 0,53 | 2,02 |  |  |  |  |
| 11 | 0,93 | 1,32 | 0,66 | 1,60 | 0,60 | 1,93 |  |  |  |  |
| 12 | 0,97 | 1,33 | 0,81 | 1,58 | 0,66 | 1,86 |  |  |  |  |
| 13 | 1,01 | 1,34 | 0,86 | 1,56 | 0,72 | 1,82 |  |  |  |  |
| 14 | 1,05 | 1,35 | 0,91 | 1,55 | 0,77 | 1,78 |  |  |  |  |
| 15 | 1,08 | 1,36 | 0,95 | 1,54 | 0,82 | 1,75 | 0,69 | 1,97 | 0,56 | 2,21 |
| 16 | 1,10 | 1,37 | 0,98 | 1,54 | 0,86 | 1,73 | 0,74 | 1,93 | 0,62 | 2,15 |
| 17 | 1,13 | 1,38 | 1,02 | 1,54 | 0,90 | 1,71 | 0,78 | 1,90 | 0,67 | 2,10 |
| 18 | 1,16 | 1,39 | 1,05 | 1,53 | 0,93 | 1,69 | 0,82 | 1,87 | 0,71 | 2,06 |
| 19 | 1,18 | 1,40 | 1,08 | 1,53 | 0,97 | 1,68 | 0,85 | 1,85 | 0,75 | 2,02 |
| 20 | 1,20 | 1,41 | 1,10 | 1,54 | 1,00 | 1,68 | 0,90 | 1,83 | 0,79 | 1,99 |
| 21 | 1,22 | 1,42 | 1,13 | 1,54 | 1,03 | 1,67 | 0,93 | 1,81 | 0,83 | 1,96 |
| 22 | 1,24 | 1,43 | 1,15 | 1,54 | 1,05 | 1,66 | 0,96 | 1,80 | 0,86 | 1,94 |
| 23 | 1,26 | 1,44 | 1,17 | 1,54 | 1,08 | 1,66 | 0,99 | 1,79 | 0,90 | 1,92 |
| 24 | 1,27 | 1,45 | 1,19 | 1,55 | 1,10 | 1,66 | 1,01 | 1,78 | 0,93 | 1,99 |
| 25 | 1,29 | 1,45 | 1,21 | 1,55 | 1,12 | 1,66 | 1,04 | 1,77 | 0,95 | 1,89 |
| 26 | 1,30 | 1,46 | 1,22 | 1,55 | 1,14 | 1,65 | 1,06 | 1,76 | 0,98 | 1,88 |
| 27 | 1,32 | 1,47 | 1,24 | 1,56 | 1,16 | 1,65 | 1,08 | 1,76 | 1,01 | 1,86 |
| 28 | 1,33 | 1,48 | 1,26 | 1,56 | 1,18 | 1,65 | 1,10 | 1,75 | 1,03 | 1,85 |
| 29 | 1,34 | 1,48 | 1,27 | 1,56 | 1,20 | 1,65 | 1,12 | 1,74 | 1,05 | 1,84 |
| 30 | 1,35 | 1,49 | 1,28 | 1,57 | 1,21 | 1,65 | 1,14 | 1,74 | 1,07 | 1,83 |